Exámenes de Selectividad

Física. Madrid 2024, Ordinaria

mentoor.es

Pregunta 1. Opción A. Campo Gravitatorio

La distancia del satélite Halimede a Neptuno, planeta alrededor del cual orbita, varía entre 12 y 21 millones de km. Se pide:

a) **Calcule el trabajo realizado por la atracción gravitatoria de Neptuno sobre Halimede en el tránsito del punto más próximo al más distante de la órbita.**

b) **Sabiendo que la energía mecánica de Halimede vale $-2,5 \cdot 10^{20}$ J, determine la velocidad máxima que alcanza en su órbita.**

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de Halimede, $M_H = 1,60 \cdot 10^{15}$ kg; Masa de Neptuno, $M_N = 1,02 \cdot 10^{26}$ kg.

Solución:

a) **Calcule el trabajo realizado por la atracción gravitatoria de Neptuno sobre Halimede en el tránsito del punto más próximo al más distante de la órbita.**

Se tiene que el punto más próximo de la órbita es $r_p = 12 \cdot 10^9$ km, mientras que el más alejado es $r_a = 21 \cdot 10^9$ km. El trabajo realizado por la atracción gravitatoria se determina a partir del cambio de energía potencial del satélite, invirtiendo su signo:

$$\begin{aligned} W &= -\Delta E_P = -GM_N M_H \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a}\right) \\ &= -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,02 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{15} \cdot \left(\frac{1}{12 \cdot 10^9} - \frac{1}{21 \cdot 10^9}\right) = -3,89 \cdot 10^{20}\text{ J.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el trabajo realizado en este caso es $-3,89 \cdot 10^{20}$ J.

b) **Sabiendo que la energía mecánica de Halimede vale $-2,5 \cdot 10^{20}$ J, determine la velocidad máxima que alcanza en su órbita.**

Sabemos que la máxima energía cinética (o, equivalentemente, la velocidad máxima) se alcanza en el punto de menor energía potencial de la órbita, que se trata del más cercano al planeta. Entonces, teniendo en cuenta la expresión de la energía mecánica:

$$E_M = E_P + E_C = -\frac{GM_N M_H}{r_p} + \frac{1}{2} M_H v_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{GM_N}{r_p} + \frac{E_M}{M_H}\right)}.$$

Sustituyendo los datos y utilizando el valor de energía mecánica proporcionado por el enunciado:

$$v_{\max} = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,02 \cdot 10^{26}}{12 \cdot 10^9} - \frac{2,5 \cdot 10^{20}}{1,6 \cdot 10^{15}}\right)} = 906\,\text{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad máxima alcanzada es 906 m/s.

Pregunta 2. Opción A. Ondas

Por una cuerda tensa dispuesta a lo largo del eje x se propaga, a una velocidad de 200 m s^{-1} en el sentido positivo del eje, una onda armónica de 0,4 m de longitud de onda. En el instante inicial y en el origen de coordenadas, la elongación es positiva y también lo es la velocidad de oscilación, que equivale a la mitad de su valor máximo. Obtenga:

a) **El número de onda y la frecuencia de la onda.**
b) **La fase inicial de la onda.**

Solución:

a) **El número de onda y la frecuencia de la onda.**

Para calcular el número de onda, utilizamos la longitud de onda dada con la siguiente fórmula:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \,\text{rad/m}.$$

La frecuencia de la onda se obtiene mediante la relación entre la velocidad de propagación y la longitud de onda:

$$f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{200}{0.4} = 500\,\text{Hz}.$$

Por lo tanto, el número de onda es 5π rad/m y la frecuencia de onda es 500 Hz.

b) **La fase inicial de la onda.**

Para encontrar la fase inicial, consideramos que la velocidad de oscilación es positiva y equivale a la mitad de su valor máximo en el origen de coordenadas en el instante inicial. Asumiendo que la elongación se describe mediante la función coseno, se tiene que

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi_0).$$

Al derivar esta función respecto al tiempo, obtenemos la expresión para la velocidad de oscilación:

$$v(x,t) = -\omega A\sin(\omega t - kx + \phi_0) = -v_{\max}\sin(\omega t - kx + \phi_0).$$

Aplicando las condiciones para el origen de coordenadas ($x = 0$) y el instante inicial ($t = 0$), con la información proporcionada:

$$v(0,0) = -v_{\max}\sin(\phi_0) = \frac{1}{2}v_{\max} \quad \Rightarrow \quad \sin(\phi_0) = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = -\frac{\pi}{6}\text{ rad} \quad o \quad \phi_0 = \frac{7\pi}{6}\text{ rad}.$$

Además, la elongación en el origen se describe como

$$y(0,0) = A\cos(\phi_0) > 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = -\frac{\pi}{6}\,\text{rad}.$$

Por lo tanto, la fase inicial de la onda si la elongación se describe mediante la función coseno es $-\frac{\pi}{6}$ rad.

Si se utiliza la función seno para representar la elongación, se tendría que

$$y(x,t) = A\sin(\omega t - kx + \phi_0).$$

Derivando respecto al tiempo, resulta que la velocidad de oscilación es

$$v(x,t) = \omega A\cos(\omega t - kx + \phi_0) = v_{\max}\cos(\omega t - kx + \phi_0).$$

Aplicando de nuevo las condiciones para el origen de coordenadas ($x = 0$) y el instante inicial ($t = 0$):

$$v(0,0) = v_{\max}\cos(\phi_0) = \frac{1}{2}v_{\max} \quad \Rightarrow \quad \cos(\phi_0) = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = -\frac{\pi}{3}\ \text{rad} \quad o \quad \phi_0 = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}.$$

Como la elongación en el origen se describe como

$$y(0,0) = A\cos(\phi_0) > 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}.$$

Por lo tanto, la fase inicial de la onda si la elongación se describe mediante la función seno es $\frac{\pi}{3}$ rad.

Pregunta 3. Opción A. Campo Electromagnético

Un hilo conductor de longitud indefinida se extiende a lo largo del eje z. Otro hilo de longitud indefinida paralelo al primero pasa por el punto (5, 0, 0) cm. Los dos hilos se repelen con una fuerza por unidad de longitud de $5 \cdot 10^{-5}$ N m^{-1}. El campo magnético total se anula a lo largo de la recta $x = +10$ cm en el plano xz.

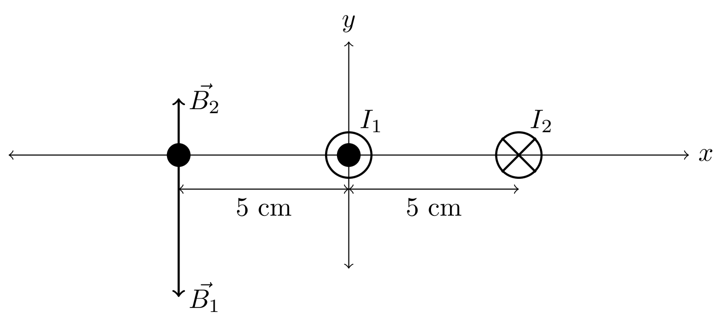
a) **Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.**
b) **Determine el módulo del campo magnético en el punto (-5, 0, 0) cm.**

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.

Solución:

a) **Explique si las corrientes en los hilos son paralelas o antiparalelas y calcule su magnitud.**

Dado que los hilos experimentan una repulsión, se deduce que las corrientes en ellos deben fluir en direcciones opuestas. Esta conclusión se refuerza al observar que el campo magnético total se anula en la línea $x = 10\,\text{cm}$. Por ello, comenzamos este ejercicio representando gráficamente la situación:



Para determinar la intensidad de las corrientes, podemos utilizar la información relativa a los puntos donde el campo magnético se cancela, resultado de la superposición de las contribuciones de cada hilo. En estos puntos, las contribuciones tienen la misma magnitud, lo que se expresa como:

$$B_1 = B_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d_2}.$$

De aquí, se obtiene que

$$I_1 = \frac{d_1}{d_2} I_2 = 2I_2.$$

Al sustituir esta relación en la fórmula que describe la fuerza por unidad de longitud entre los hilos, obtenemos:

$$F_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{I_2^2}{d}$$

Ahora, podemos resolver para I_2:

$$I_2 = \sqrt{\frac{\pi d}{\mu_0} F_{12}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-7}} \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 2.5\,\text{A}$$

Consecuentemente, al aplicar la relación obtenida en el segundo paso, calculamos I_1:

$$I_1 = 2I_2 = 5\,\text{A}.$$

Por lo tanto, las corrientes en los hilos son antiparalelas. Además, las corrientes son $I_1 = 5$ A e $I_2 = 2.5$ A.

b) Determine el módulo del campo magnético en el punto (-5, 0, 0) cm.

En el punto $(-5, 0, 0)$ cm, como se muestra en la figura, los campos magnéticos generados por cada hilo tienen direcciones opuestas. Sin embargo, la contribución dominante proviene del hilo situado en el eje z, ya que está más cerca y su corriente tiene mayor intensidad.
El valor del campo magnético resultante en dicho punto puede calcularse con la siguiente expresión:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{|I_1|}{d_1} - \frac{|I_2|}{d_2}\right).$$

Sustituyendo los valores conocidos:

$$|\vec{B}| = 2 \cdot 10^{-7}\left(\frac{5}{0.05} - \frac{2.5}{0.1}\right) = 1.5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}.$$

Por lo tanto, el módulo del campo magnético resultante es $\mathbf{1.5 \cdot 10^{-5}}$ T.

Pregunta 4. Opción A. Óptica

Un objeto de 4 mm de altura está situado 20 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen que se forma es derecha y tiene una altura de 2 mm.

a) **Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente.**
b) **Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.**

Solución:

a) **Calcule la potencia de la lente e indique si es convergente o divergente.**

Para determinar la potencia de la lente, usamos la fórmula de las lentes delgadas:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}.$$

Sabemos que la relación entre los tamaños del objeto y su imagen es:

$$\frac{y'}{y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad s' = \frac{s}{2}.$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación de las lentes, obtenemos:

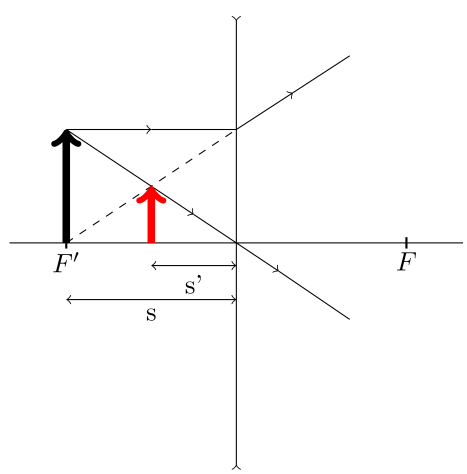
$$P = \frac{2}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{s} = \frac{1}{-0,2} = -5\,\mathrm{m}^{-1} = -5\,\text{dioptrías}.$$

El valor negativo de la potencia nos indica que se trata de una lente divergente, lo que implica que la imagen será virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto.

Por lo tanto, la potencia de la lente es de -5 dioptrías y la lente es divergente.

b) **Elabore el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.**

Representamos el **trazado de rayos en la siguiente figura:**



Tal y como se observa en la figura, como la imagen es virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, podemos confirmar de nuevo que la lente es divergente.

Pregunta 5. Opción A. Física Moderna

Una placa de cobalto se expone a luz de una determinada intensidad y de frecuencia igual a 1,2 veces la frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico en ese material. En estas condiciones, se registra un cierto potencial de frenado $\mathbf{V_1}$.

a) **Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado $\mathbf{V_2}$, que es 6 V mayor que $\mathbf{V_1}$. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.**

b) **Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?**

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $\mathbf{e = 1,6 \cdot 10^{-19}}$ C; Constante de Planck, $\mathbf{h = 6,63 \cdot 10^{-34}}$ J s.

Solución:

a) **Si se duplica la frecuencia de la luz incidente, se registra un nuevo potencial de frenado $\mathbf{V_2}$, que es 6 V mayor que $\mathbf{V_1}$. Obtenga el trabajo de extracción para el cobalto y el valor de la frecuencia umbral.**

La relación que describe el efecto fotoeléctrico es:

$$hf = W_{\text{ext}} + E_c = W_{\text{ext}} + eV.$$

Para las frecuencias mencionadas en el enunciado, podemos expresar lo siguiente:

$$\left.\begin{aligned} hf_1 &= W_{\text{ext}} + eV_1 \\ hf_2 &= W_{\text{ext}} + eV_2 \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad h(f_2 - f_1) = e(V_2 - V_1).$$

Utilizando los datos dados y recordando la relación entre el trabajo de extracción y la frecuencia umbral, $W_{\text{ext}} = hf_0$, podemos reescribir:

$$h(f_2 - f_1) = hf_1 = 1,2hf_0 = 1,2W_{\text{ext}} = e(V_2 - V_1).$$

De este modo, el trabajo de extracción se calcula como:

$$W_{\text{ext}} = \frac{e(6\,\text{V})}{1,2} = 5\,\text{eV} = 8 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Finalmente, la frecuencia umbral se determina mediante:

$$f_0 = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{8 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,21 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}.$$

Por lo tanto, el trabajo de extracción para el cobalto es $\mathbf{8 \cdot 10^{-19}}$ J y la frecuencia umbral es $\mathbf{1,21 \cdot 10^{15}}$ Hz.

b) **Si se mantiene la frecuencia inicial y se duplica la intensidad de la luz incidente, ¿cómo se modificará el potencial de frenado?**

La energía cinética máxima de los fotoelectrones liberados, así como el potencial de frenado, no están influenciados por la intensidad de la luz incidente. En cambio, dependen únicamente de la frecuencia de la luz.

Por ende, en este caso, el potencial de frenado seguiría siendo $\mathbf{V_1}$.

Pregunta 1. Opción B. Campo Gravitatorio

Un satélite de 200 kg de masa se mueve en una órbita cerrada alrededor de la Tierra. En un determinado instante, es detectado a 630 km de altura, moviéndose a 9,92 km s^{-1} con velocidad perpendicular a la dirección radial.

a) **Compare la velocidad del satélite con la correspondiente a una órbita circular de la altura dada y, del resultado anterior, razone si la órbita es circular o elíptica.**
b) **Calcule los módulos del momento angular y de la aceleración del satélite en el instante señalado.**

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m.

Solución:

a) **Compare la velocidad del satélite con la correspondiente a una órbita circular de la altura dada y, del resultado anterior, razone si la órbita es circular o elíptica.**

Compararemos la velocidad proporcionada con la de una órbita circular para el radio dado. Según la segunda ley de Newton, en una órbita circular se cumple:

$$m\frac{v^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{7 \cdot 10^6}} = 7,54\,\mathrm{km/s}.$$

Dado que la velocidad observada excede la de una órbita circular correspondiente a ese radio, podemos concluir que la órbita no es circular. Al ser cerrada, esta órbita será necesariamente elíptica.

Por lo tanto, el satélite describe una órbita elíptica dado que su velocidad es mayor a la de una órbita circular para el radio dado.

b) **Calcule los módulos del momento angular y de la aceleración del satélite en el instante señalado.**

En el instante dado, la velocidad del satélite es perpendicular a la dirección radial. Entonces, el módulo del momento angular respecto al centro de la Tierra se calcula como

$$L = mrv = 200 \cdot 7 \cdot 10^6 \cdot 9,92 \cdot 10^3 = 1,39 \cdot 10^{13}\,\mathrm{kg\ m^2\,s^{-1}}.$$

La aceleración que experimenta el satélite, debido a la fuerza gravitatoria a esa altura, se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$a = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{49 \cdot 10^{12}} = 8,13\,\mathrm{m/s^2}.$$

Por ende, el módulo del momento angular es $\mathbf{1,39 \cdot 10^{13}\,kg\ m^2\,s^{-1}}$ y la aceleración es $\mathbf{8,13\,m/s^2}$.

Pregunta 2. Opción B. Ondas

El campanario de una iglesia medieval, situado a 35 m de altura, consta de 4 campanas. Cada una de ellas emite 10 mW de potencia sonora tras ser golpeada. Por otro lado, el límite de contaminación acústica en ese municipio está establecido en 55 dB.

a) **Determine el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana.**

b) **¿Podrán tocar las cuatro campanas a la vez si no se quiere sobrepasar el límite de contaminación acústica y la población está situada a más de 100 metros de la iglesia?**

Dato: Intensidad umbral, $\mathbf{I_0 = 1 \cdot 10^{-12}\,W\ m^{-2}}$.

Solución:

a) **Determine el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana.**

La intensidad del sonido a una distancia de 35 m se obtiene mediante la fórmula:

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot \pi \cdot 35^2} = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{W/m^2}.$$

El nivel de intensidad sonora se calcula como:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{6{,}5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-12}}\right) = 58{,}1\,\mathrm{dB}.$$

Por lo tanto, el nivel de intensidad sonora que percibe una persona parada al pie de la torre del campanario cuando se toca una sola campana es $\mathbf{58{,}1\,dB}$.

b) **¿Podrán tocar las cuatro campanas a la vez si no se quiere sobrepasar el límite de contaminación acústica y la población está situada a más de 100 metros de la iglesia?**

Usando el Teorema de Pitágoras, se puede obtener que la distancia mínima entre el campanario y la población, teniendo en cuenta la altura H de 35 m y la distancia horizontal D de 100 m, es

$$d = \sqrt{H^2 + D^2} = \sqrt{35^2 + 100^2} = 105{,}95\,\mathrm{m}.$$

A esta distancia, la intensidad total cuando las cuatro campanas suenan simultáneamente es:

$$I = \frac{4P}{4\pi d^2} = \frac{P}{\pi d^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 35^2} = 2{,}84 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{W/m^2}.$$

El nivel de intensidad sonora correspondiente es:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{2{,}84 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-12}}\right) = 54{,}5\,\mathrm{dB}.$$

Dado que este valor es inferior al límite de 55 dB, no se excedería la contaminación acústica permitida.

Por ende, se pueden tocar las cuatro campanas a la vez.

Pregunta 3. Opción B. Campo Electromagnético

Dos partículas situadas en los puntos (-6, 0) mm y (6, 0) mm del plano xy poseen cargas iguales de +9 nC. Obtenga el potencial eléctrico y el campo eléctrico en:

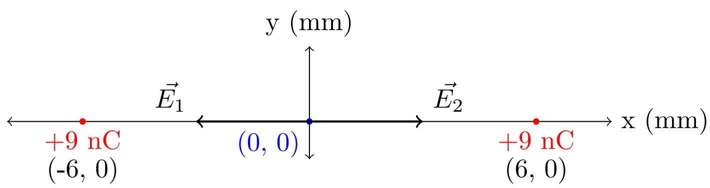
a) **El origen de coordenadas.**
b) **El punto (0, 3) mm.**

Dato: Constante de Coulomb, $\mathbf{K = 9 \cdot 10^9\, Nm^2C^{-2}}$.

Solución:

a) **El origen de coordenadas.**

Representemos, en primer lugar, toda la información que nos proporciona el problema en relación al origen de coordenadas:



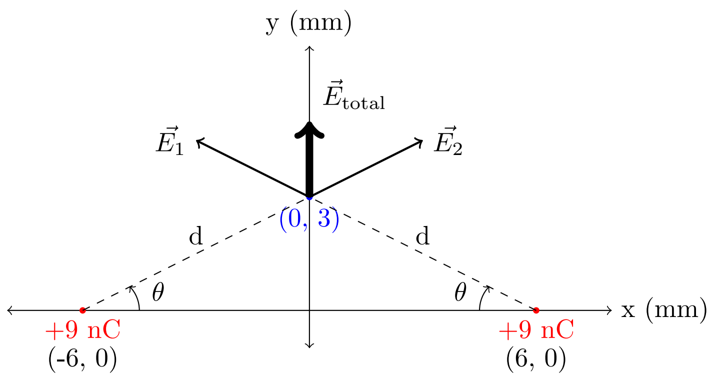
Observamos que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es cero dado que los campos producidos tienen igual magnitud y sentidos opuestos. Por otra parte, el potencial eléctrico es

$$V = V_1 + V_2 = \frac{KQ}{d} + \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^{-3}} = 2,7 \cdot 10^4\,\text{V}.$$

Por lo tanto, el potencial eléctrico es $\mathbf{2,7 \cdot 10^4}$ y el campo eléctrico resultante es nulo.

b) **El punto (0, 3) mm.**

Ahora, representemos toda la información que nos proporciona el problema en relación al punto (0, 3):



Por el Teorema de Pitágoras, la distancia desde cada una de las cargas hasta el punto $(0, 3)$ mm se calcula como:

$$d = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45}\,\text{mm} \approx 6,7\,\text{mm} = 6,7 \cdot 10^{-3}\,\text{m}.$$

Con esta distancia, el potencial eléctrico en ese punto es:

$$V = \frac{KQ}{d} + \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{KQ}{d} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{6,7 \cdot 10^{-3}} = 2.4 \cdot 10^4\,\text{V}.$$

En el punto $(0, 3)$ mm, el campo eléctrico solo tendrá una componente vertical, ya que las componentes horizontales se anulan por simetría. Además, las componentes verticales de los campos generados por las dos cargas son iguales y apuntan en la misma dirección, por lo que

$$\vec{E}_{\text{total}} = (E_{1y} + E_{2y})\vec{j} = 2E_{1y}\vec{j}.$$

Descomponemos $\vec{E_1}$ en sus dos componentes vectoriales para obtener E_{1y}:

$$E_{1y} = E\sin(\theta) = \frac{KQ}{r^2}\sin(\theta),$$

donde θ está señalado en la figura. Geométricamente, se sigue que

$$\sin(\theta) = \frac{3\,\text{mm}}{6.7\,\text{mm}} = 0.45.$$

Por lo tanto, podemos calcular E_{1y}:

$$E_{1y} = 8 \cdot 10^5\,\text{N/C} \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{total}} = 2 \cdot 8 \cdot 10^5 = 1.6 \cdot 10^6\,\vec{j}\,\text{N/C}.$$

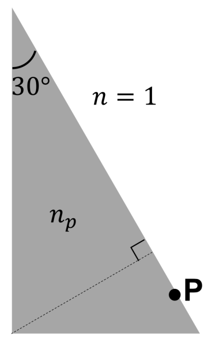
Por ende, el potencial eléctrico en el punto (0, 3) mm es $\mathbf{2.4 \cdot 10^4}$ V y el campo eléctrico es $\mathbf{1.6 \cdot 10^6\,\tilde{j}}$ N/C.

Pregunta 4. Opción B. Ondas

El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción $\mathbf{n_p}$. Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.

a) **Determine el índice de refracción $\mathbf{n_p}$ si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $\mathbf{45,58°}$.**

b) **Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.**



Solución:

a) **Determine el índice de refracción $\mathbf{n_p}$ si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $\mathbf{45,58°}$.**

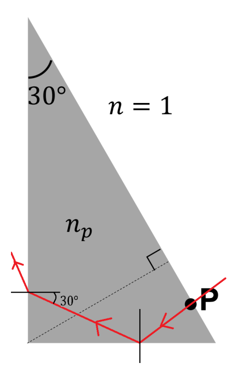
El ángulo límite para la reflexión total se define como el ángulo de incidencia en la cara interna del prisma en el cual el ángulo de refracción al aire alcanza 90°. Utilizando la ley de Snell bajo estas condiciones, se establece la siguiente relación:

$$n_p \cdot \sin(45,58°) = n \cdot \sin(90°) \quad \Rightarrow \quad n_p = \frac{n \cdot \sin(90°)}{\sin(45,58°)} = \frac{1 \cdot \sin(90°)}{\sin(45,58°)} = 1,4.$$

Por lo tanto, en las condiciones del apartado, el índice de refracción es 1,4.

b) **Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.**

El diagrama pedido se encuentra en la siguiente figura:



El rayo que incide de manera normal en el punto P continúa su trayecto sin sufrir desviación hasta llegar a la cara opuesta, que forma un ángulo de 30°. En este punto, su ángulo de incidencia es 60°, el cual excede el ángulo límite mencionado en el enunciado. De esta forma, se produce una reflexión total y el rayo impacta en la cara vertical del prisma con un ángulo de incidencia de 30°. Utilizando la ley de Snell, podemos determinar el ángulo de refracción θ_r al salir del prisma:

$$n_p \cdot \sin(30°) = n \cdot \sin(\theta_r) \quad \Rightarrow \quad \sin(\theta_r) = \frac{n_p}{2n} = \frac{1,4}{2 \cdot 1} = 0,7 \quad \Rightarrow \quad \theta_r = \arcsin(0,7) = 44,43°.$$

Por ende, el ángulo de refracción al salir del prisma es $\mathbf{44,43°}$.

Pregunta 5. Opción B. Física Moderna

Dos muestras, cada una de un radioisótopo distinto (radioisótopo 1 y radioisótopo 2) contienen en el momento de su preparación la misma masa del radioisótopo correspondiente. Las medidas de actividad de las muestras 1 y 2 para el instante inicial (t = 0) y al cabo de un día arrojan los siguientes valores:

	A1 (kBq)	A2 (kBq)
t = 0	10,00	11,70
t = 1 d	8,90	10,77

a) **Calcule el período de semidesintegración de cada radioisótopo.**
b) **Si M_1 y M_2 denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente M_2/M_1.**

Solución:

a) **Calcule el período de semidesintegración de cada radioisótopo.**

Utilizando la ley exponencial de desintegración, la actividad de la muestra del radioisótopo 1 se expresa como:

$$A_1(\Delta t) = A_{10} e^{-\lambda_1 \Delta t} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{\ln 2}{T_1} = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{A_{10}}{A_1(\Delta t)}$$

$$\Rightarrow \quad T_1 = \Delta t \frac{\ln 2}{\ln \frac{A_{10}}{A_1(\Delta t)}} = 1 \frac{\ln 2}{\ln \frac{10}{8{,}90}} = 5,95\,\mathrm{d}.$$

Aplicando un procedimiento similar a la muestra del radioisótopo 2, obtenemos:

$$T_2 = \Delta t \frac{\ln 2}{\ln \frac{A_{20}}{A_2(\Delta t)}} = 1 \frac{\ln 2}{\ln \frac{11{,}70}{10{,}77}} = 8,37\,\mathrm{d}$$

Por lo tanto, el período de semidesintegración del radiosiótopo 1 es 5,95 días, mientras que el del segundo es 8,37 días.

b) **Si M_1 y M_2 denotan las respectivas masas atómicas de los radioisótopos, determine el cociente M_2/M_1.**

Utilizando el hecho de que las masas iniciales de los radioisótopos son iguales en ambas muestras, tenemos:

$$A_{10} = \lambda_1 \frac{m}{M_1} N_A \quad \text{y} \quad A_{20} = \lambda_2 \frac{m}{M_2} N_A.$$

De ambas expresiones se deduce que

$$\frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{M_2}{M_1}$$

Por lo tanto, podemos expresar el cociente de las masas atómicas como

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{A_{10}}{A_{20}} = \frac{5,95}{8,37} \cdot \frac{10}{11,7} = 0,61.$$

Por ende, el el cociente M_2/M_1 es 0,61.